

УДК 004.942

Ан.Г. Марчук

Минимизация погрешностей при численных расчётах волновых лучей и фронтов цунами

Исследование волновых лучей и фронтов цунами численными методами позволяют решать некоторые задачи оперативного прогноза цунами. В частности, задачу оценки времён прихода волны в заданные точки акватории и побережья. Для численного моделирования цунами используется прямоугольная расчётная сетка, в узлах которой задаётся глубина океана. Идея поиска оптимального пути в области, где скорость проводимости задана в узлах прямоугольной сетки, принадлежит, вероятно, Danzig [1]. Там этот метод предлагался для решения задач, совершенно не связанных с геофизикой. Позднее такой подход применялся для нахождения фронтов сейсмических волн. В нашей стране этот подход для решения задач, связанных с волнами цунами, вероятно, впервые применил Карев [2]. Существует несколько способов нахождения волновых лучей, являющихся, по сути, экстремалиями (т.е. трассами, по которым возмущение приходит из одной точки области в другую за кратчайшее время) [3]. Некоторые методы не эффективны при решении краевой задачи для волнового луча или при расчётах в областях со сложной топологией (острова, проливы и т.п.). Другие не очень приспособлены к работе с сеточной цифровой батиметрией. Наиболее универсальными в этом плане являются методы, основанные на принципе Гюйгенса. Они приспособлены к работе именно на прямоугольных сетках, а также без проблем позволяют строить

волновой луч между двумя заданными точками расчётной области. Этот принцип, по сути, состоит в том, что все точки акватории, до которых волновое возмущение пришло к данному моменту времени, становятся в свою очередь источниками волнового возмущения и излучают волновую энергию во все стороны. Таким образом, алгоритм расчета строится на переборе всех прилегающих к волновому фронту расчетных узлов сетки (в которые возмущение еще не пришло) и нахождении времен прихода волны в эти узлы путём минимизации суммы времен пробега волны от очага до каждой из соседних точек (куда волна к этому моменту уже пришла) и от этой соседней точки до рассматриваемого узла сетки. Поясним это рисунком. Пусть расчет кинематики цунами проводится в области с прямоугольной расчетной сеткой. Это означает, что в узлах этой сетки известны значения глубин, и требуется найти времена добегания волн цунами от заданного источника (одного или нескольких узлов сетки) до всех остальных узлов, до которых волна в принципе может прийти. Изобразим схематически на рисунке 1 участок расчетной области. Здесь черными квадратиками обозначены те узлы расчетной сетки, в которые возмущение от источника к данному моменту времени уже пришло, и нам известны времена прихода волны в эти узлы. Нам требуется найти время добегания волны от источника до точки **A** (см. Рис. 1). По отношению к точке **A** соседними узлами, где время прихода волны уже известно, будут точки **B, C, D, E, F, G** и **H**.

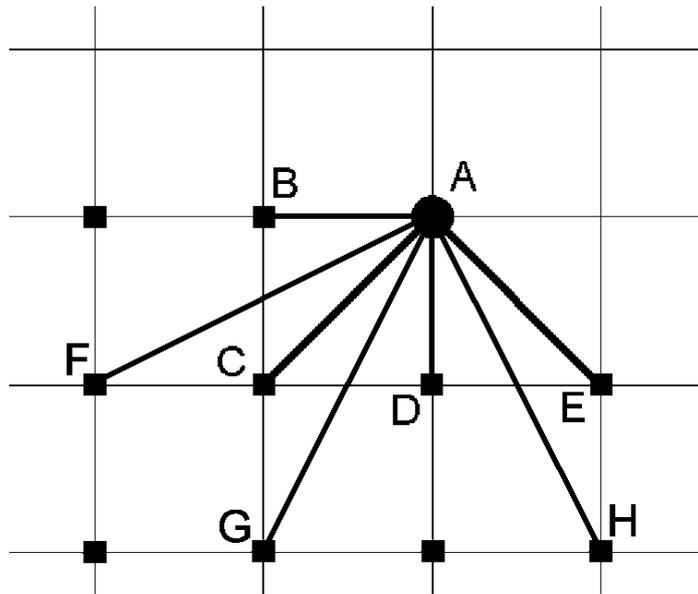


Рис. 1. Схема работы алгоритма, основанного на принципе Гюйгенса

Пусть времена добегания до них равны соответственно T_B , T_C , T_D , T_E , T_F , T_G , и T_H . Скорость распространения волны цунами зависит только от глубины и определяется формулой Лагранжа

$$v = \sqrt{gH}, \quad (1)$$

где g – ускорение силы тяжести, H – глубина. Считается, что между соседними узлами сетки изменение глубины происходит по линейному закону. Найдем время пробега волны цунами между двумя точками, расстояние между которыми равно L , а глубина меняется от величины H_1 до величины H_2 . Введем вспомогательную величину $\alpha = (H_2 - H_1)/L$ (угол наклона дна между этими точками). Тогда время пробега запишется в виде

$$\begin{aligned}
T &= \int_0^L \frac{dl}{\sqrt{g \cdot (H_1 + l \cdot \operatorname{tg} \alpha)}} = \frac{1}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \int_0^L \left(l + \frac{H_1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^{-1/2} d \left(l + \frac{H_1}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = \\
&= \frac{2}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \left(l + \frac{H_1}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^{1/2} \Big|_0^L = \frac{2}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \cdot \frac{\sqrt{H_2} - \sqrt{H_1}}{\sqrt{\operatorname{tg} \alpha}} = \\
&= \frac{2}{\sqrt{g \cdot \operatorname{tg} \alpha}} \cdot \frac{H_2 - H_1}{\sqrt{H_2} + \sqrt{H_1}} = \frac{2L}{\sqrt{gH_2} + \sqrt{gH_1}}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Следовательно, время движения волны цунами между соседними узлами расчетной сетки равно расстоянию между ними деленному на среднее арифметическое скоростей цунами в этих узлах. Таким образом, для того, чтобы найти время добегания от источника до точки **A** (рис. 1), требуется найти минимум из семи времен T_i ($i=1, \dots, 7$)

$$\begin{aligned}
T_1 &= T_B + \frac{2 \cdot \Delta x}{\sqrt{gH_B} + \sqrt{gH_A}}, \quad T_2 = T_C + \frac{2 \cdot \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\sqrt{gH_C} + \sqrt{gH_A}}, \quad T_3 = T_D + \frac{2 \cdot \Delta y}{\sqrt{gH_D} + \sqrt{gH_A}}, \\
T_4 &= T_E + \frac{2 \cdot \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\sqrt{gH_E} + \sqrt{gH_A}}, \quad T_5 = T_H + \frac{2 \cdot \sqrt{(\Delta x)^2 + (2\Delta y)^2}}{\sqrt{gH_H} + \sqrt{gH_A}}, \\
T_6 &= T_G + \frac{2 \cdot \sqrt{(\Delta x)^2 + (2\Delta y)^2}}{\sqrt{gH_G} + \sqrt{gH_A}}, \quad T_7 = T_F + \frac{2 \cdot \sqrt{(2\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}}{\sqrt{gH_F} + \sqrt{gH_A}},
\end{aligned} \tag{3}$$

где Δx , Δy - шаги сетки в горизонтальном и вертикальном направлениях, а $H_A, H_B, H_C, H_D, H_E, H_F, H_G, H_H$ - значения глубины в соответствующих точках. Минимальное из значений T_i ($i=1, \dots, 7$) даст нам время пробега волны цунами от очага до точки **A**. Таким способом можно поочередно найти времена прихода волны цунами во все узлы расчетной сетки.

Несколько слов о понятии соседних точек. Соседние точки по отношению к рассматриваемой определяются так называемым

шаблоном. Наиболее широко используется шаблон (например, [2]), состоящий из шестнадцати точек, окружающих точку A расчётной сетки, в которую требуется определить время прихода волны. В таком шаблоне соседними к точке A с сеточными координатами (i, j) являются шестнадцать узлов расчётной сетки, индексы которых отличаются от сеточных координат точки A на единицу и некоторые из узлов, одна из координат которых различается на двойку (рисунок 2). Соответственно, времена пробега из каждого из них в точку A вычисляются по шестнадцати лучам (отрезкам). Поэтому этот шаблон иногда называют шестнадцатилучевым (шестнадцатиточечным).

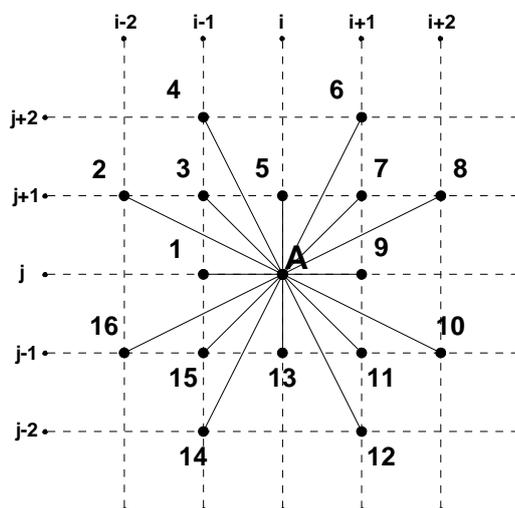


Рис. 2. Шестнадцатиточечный шаблон для вычисления времени пробега цунами на прямоугольной расчётной сетке

В случае если в какой-либо из 16-ти точек шаблона время добегания цунами уже известно, то можно найти время прихода волны и в точку A (центр шаблона). Затем, многократно перебирая все точки области, постепенно вычисляем времена прихода цунами из источника (один или несколько узлов расчётной сетки, где в начальный момент

задаётся время, равное нулю) во все остальные точки расчётной области.

В принципе, для нахождения времени прихода в какой-либо узел сетки можно использовать полученное непосредственно перед рассмотрением этого очередного узла, значение в одной из соседних точек. Однако это может привести к ошибкам (иногда значительным). Если применять описанный алгоритм “прямолинейно”, т.е. в случае, если хотя бы в одной из шестнадцати точек шаблона становится известным время добегания, то, используя формулу (3), вычисляется время добегания в рассматриваемый узел расчетной сетки (в центральную точку шаблона). Тогда результаты расчета во всей области будут сильно зависеть от направления перебора узлов расчетной сетки. В частности, индекс i можно менять как от минимального значения до максимального, так и наоборот. То же относится к индексу j (положение точек расчетной сетки по вертикали).

Рассмотрим конкретный пример. В прямоугольной расчетной области **ABCD** дно имеет вид наклонной плоскости, при этом глубина линейно возрастает от стороны **AD** к стороне **BC**. Пусть в центре области в точке $\mathbf{M}(i_0, j_0)$ расположен точечный источник цунами (рис. 3). Пусть направлениями перебора расчетных узлов являются направления слева направо и постепенное движение вниз. Это означает, что индекс i меняется от единицы на левой границе (**AB**) до значения i_{max} (на стороне **CD**), а индекс j меняется от единицы на верхней границе (**BC**) до j_{max} на нижней (**AD**). В начале процесса расчета имеется единственная точка расчетной сетки с известным

временем добегания в нее - точка с координатами (i_0, j_0) , в которой значение времени добегания равно нулю. После начала перебора всех расчетных узлов области во всех точках, где индекс j меньше j_0-2 (т.е. в верхней части области), никаких значений времен добегания вычислено не будет, так как в окрестностях всех этих узлов (см. шаблон на рисунке 2) не оказалось ни одной, где время добегания было бы известно. При переборе точек j_0-2 -ой строки в окрестности точки (i_0-1, j_0-2) окажется источник цунами - **М** с координатами (i_0, j_0) , то есть появляется возможность вычислить время добегания в эту точку. Согласно формуле (3) имеем

$$T_{i_0-1, j_0-2} = \frac{2\left(\sqrt{(\Delta x)^2 + (2\Delta y)^2}\right)}{\sqrt{gH_{i_0, j_0}} + \sqrt{gH_{i_0-1, j_0-2}}} .$$

Далее становится возможным определить времена прихода цунами во все точки этой строки, которые расположены правее точки (i_0-1, j_0-2) , так как очевидно каждая из этих точек будет иметь в своей окрестности как минимум одну точку с известными временами прихода туда волны. Продолжая эти рассуждения, можно установить, что после первого прохода (перебора) области в указанной ранее последовательности получится картина, изображенная на рисунке 3.

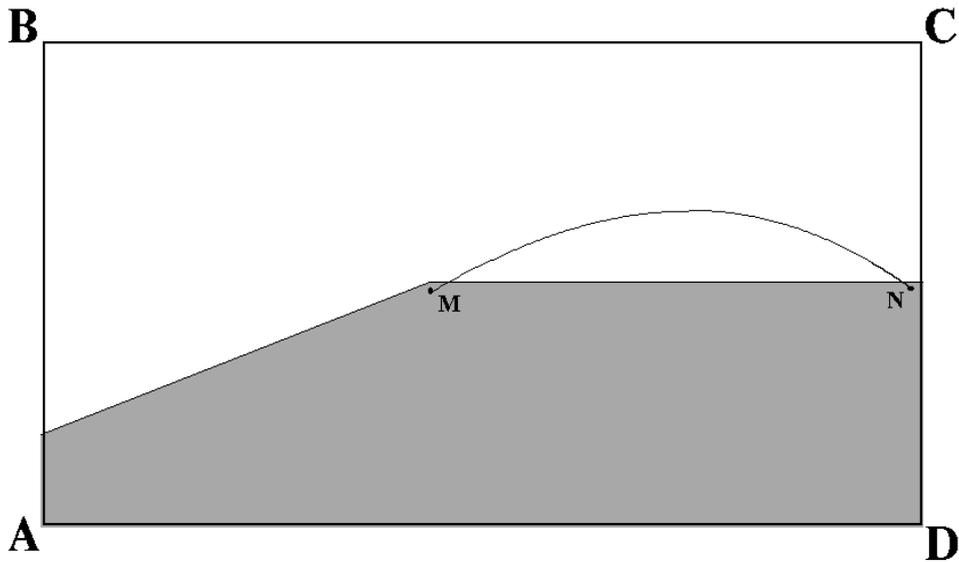


Рис. 3. Состояние расчетной области после первого прохода (перебора) расчетных узлов. Серым цветом закрашена та часть области, где найдены времена добегания

Здесь серым цветом закрашена та часть расчетной области, где времена добегания определены. Соответственно в оставшейся части области времена еще не вычислены. Рассмотрим точку **N**, расположенную у правой границы области и лежащую в той же строке, что и источник цунами **M**. Согласно алгоритму расчетное время добегания туда волны примерно равно времени движения возмущения вдоль прямой **MN**.

$$T \approx \frac{l}{\sqrt{gH_N}},$$

где l - расстояние между точками **M** и **N**, H_N - глубина в точке **N**. Однако, как показано в [4], самой быстрой траекторией движения волны из точки **M** в точку **N** является циклоида, которая

схематически изображена на рисунке 3. Следовательно, практически во всех расчетных узлах (j+2)-ой строки, расположенных правее источника, времена добегания будут найдены неверно! А так, как алгоритм не предполагает пересмотра найденных значений времен добегания, то по окончании расчета во всей области (после многократных проходов) мы будем иметь ошибочную карту изохрон цунами.

При использовании других направлений просмотра точек ошибочные значения времен добегания могут появиться в других частях расчетной области. Для того чтобы исключить подобное, необходимо многократно перебирать расчетные узлы и во время каждого такого прохода вычислять времена добегания лишь в точках, непосредственно прилегающих к точкам, в которые к этому моменту волна уже пришла (то есть в которых определено время прихода). Это можно реализовать следующими действиями: Перед началом расчетов выбирается некоторый условный шаг по времени Δt , величина которого приближенно определяется выражением

$$\Delta t \approx \min \left\{ \begin{array}{l} \Delta x / \sqrt{gH_{\max}} \\ \Delta y / \sqrt{gH_{\max}} \end{array} \right. ,$$

где H_{\max} - максимальное значение глубины в рассматриваемой области, а Δx и Δy - расстояние между узлами расчетной сетки в горизонтальном и вертикальном направлениях. Во время первого прохода (просмотра точек расчетной области) значения времен добегания в новых точках присваиваются только в том случае, когда вычисленное там по описанному алгоритму значение времени

добегания будет меньше, либо равно Δt . На втором проходе эта временная граница становится равной $2\Delta t$, а на просмотре расчётной области с номером n времена, присваиваемые в новых точках, будут ограничиваться величиной $n \cdot \Delta t$. Таким образом, для безошибочного определения времен добегания во все расчетные точки необходимы многократные переборы точек расчетной области, при этом во время некоторых проходов ни одной новой точки с вычисленным в ней временем прихода к уже имеющимся может не добавиться.

Такой алгоритм сопряжен с многократным перебором точек расчетной области, что влечет за собой достаточно большие вычислительные ресурсы (при расчетах в больших областях). Например, расчёт в сеточной области размером 3000 на 2000 узлов требует до 10 минут на персональном компьютере с процессором Intel Core 2 Duo 2500 МГц. А при расчёте трансокеанских цунами на достаточно мелкой сетке количество расчётных узлов может вырасти в несколько раз. Поэтому возникает стремление как-то оптимизировать процесс расчета. Оптимизацию можно проводить по двум направлениям: сокращать количество перебираемых узлов во время каждого прохода области и уменьшение числа арифметических действий при вычислении времени пробега цунами между точками шаблона. Объем вычислений, приходящийся на каждую точку, можно легко сократить следующим образом. В расчетных формулах (3) нигде не требуются значения собственно глубины. Везде используется только скорость распространения волны в данной точке, вычисляемая из значения глубины по формуле Лагранжа (1). Поэтому, можно заранее перед началом расчета вычислить значения скоростей волны

во всех точках расчетной области и ввести в оперативную память компьютера массив значений этих скоростей. Что касается сокращения количества перебираемых точек во время каждого прохода, то здесь можно все время держать в поле зрения текущие размеры области, куда распространилась волна, и вести перебор узлов только в прямоугольнике, описанном вокруг этой области. Например, если в какой-то момент индексы всех узлов, куда дошла волна, содержатся в интервалах

$$i_{\min} \leq i \leq i_{\max} ,$$

$$j_{\min} \leq j \leq j_{\max} ,$$

тогда при следующем просмотре области не обязательно перебирать все точки расчетной области, а можно ограничиться перебором узлов, где индексы i, j ограничены интервалами

$$(i_{\min} - 2) \leq i \leq (i_{\max} + 2) ,$$

$$(j_{\min} - 2) \leq j \leq (j_{\max} + 2) .$$

Очевидно, что такой прием может дать значительное убыстрение расчетов только на начальной стадии процесса, когда область возмущения занимает небольшую часть всей расчетной области. После того, как область возмущения приблизится ко всем границам расчетной области, данный прием потеряет смысл. Однако, при расчетах кинематики цунами в обширных областях такой метод оптимизации может значительно ускорить дело.

Следует, заметить, что при расчете кинематики волнового фронта с помощью метода, основанного на принципе Гюйгенса, сами волновые лучи остаются не найденными. Для того, что бы построить волновой луч, соединяющий две заданные точки расчетной области, предлагается следующий алгоритм. В одну из заданных точек помещаем точечный источник волн и по методу, использующему принцип Гюйгенса, находим времена добегания волны из этого источника до всех возможных точек расчетной области. В процессе расчета мы формируем массив, в который записывается информация о том из каких, конкретно, соседних узловых точек волна пришла в каждую из расчетных точек. После окончания расчета становится возможным восстановить траекторию наискорейшего движения волны из точки источника до любого из других расчетных узлов области. При этом восстановленный луч будет состоять из таких же отрезков, как и расчетный шаблон (Рис. 2). Это значит, что при использовании шестнадцатиточечного шаблона имеется лишь 16 вариаций направления сегментов волнового луча. Проиллюстрируем процедуру восстановления траектории волнового луча на примере.



Рис. 4. Схема восстановления волнового луча между точками (10,10) и (16,11)

На рисунке 4 приведён небольшой фрагмент расчётной области. Пусть источник находится в точке с сеточными координатами (10,10). Требуется найти траекторию волнового луча, соединяющего источник с точкой (16,11). Пусть при расчёте времён добегания цунами от источника до остальных точек расчётной области выяснилось, что в точку (16,11) наибо́льшим образом волна пришла из точки (14,12). Соответственно, в точку (14,12) волна прибыла из точки (13,12). И так далее вплоть до источника (рис. 4). Эти данные в процессе расчёта времён прихода волны сохраняются в двух вспомогательных двумерных числовых массивах. Если проследить эту цепочку от точки приёмника (16,11) и до источника (10,10), то таким образом восстанавливается траектория волнового луча (серая ломаная линия на рисунке 4). В качестве примера, на рисунке 5 представлен волновой луч, который восстановлен описанным методом при расчете времён добегания волны цунами от точечного источника у входа в Авачинскую бухту до трёх других точек у побережья Камчатки. Однако построенные таким методом волновые лучи не являются гладкими линиями, а представляют собой ломаные, составленные из отрезков, пространственное направление которых имеет только 16 возможных вариаций (соответствующих лучам на рисунке 2). Здесь следует заметить, что при расчётах в реальных акваториях сетки привязаны к географическим координатам, и поэтому не являются в строгом смысле прямоугольными. Ячейки имеют вид трапеций, где при удалении от экватора длина шага вдоль параллелей уменьшается пропорционально косинусу широты. Вблизи экватора длина

географического градуса вдоль меридианов и параллелей примерно одинакова.

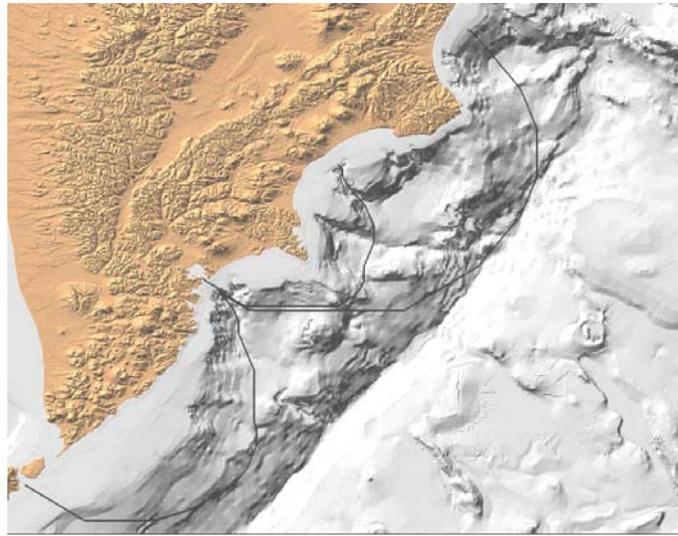


Рис. 5. Волновые лучи у побережья Камчатки

Эти траектории можно считать первым приближением действительных волновых лучей. Для большей точности предлагается проводить процедуру уточнения траектории. Суть её состоит в том, что по окончании расчёта каждую из точек, через которые проходит волновой луч (первое приближение), перемещаем вдоль линий сетки с целью нахождения нового положения точки, при котором время пробега вдоль изменённой ломаной будет минимальным. И так проделываем последовательно с каждой из точек первого приближения волнового луча. В результате траектория луча становится более гладкой, так как она уже не обязательно проходит через узлы исходной расчётной сетки.

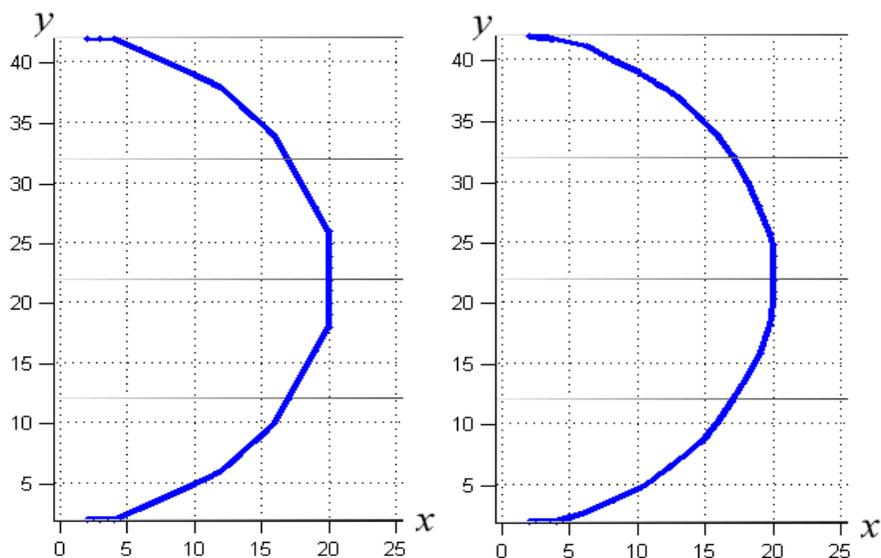


Рис. 6. Сравнение формы волнового луча до (слева) и после оптимизации

В качестве примера, на рисунке 6 приводится волновой луч над параболическим дном до процедуры оптимизации (слева) и после неё (справа). Здесь глубина возрастает пропорционально квадрату расстояния от левой границы расчетной области. Форма «оптимизированного» луча хорошо соответствует точному решению, которое имеет вид отрезка окружности [4]. Похожий алгоритм в своё время был предложен Брэдкоком [5,6]. Там также при помощи вариаций траектории волнового луча искался путь, дававший минимальное время пробега вдоль него. Однако за начальное приближение обычно бралась прямая линия (геодезическая), между источником и приёмником. В этом случае результатом оптимизации мог стать волновой луч, дающий локальный минимум времени пробега, в то время как оптимальный путь может проходить совсем в другом месте.

Аналогичную процедуру уточнения можно проводить в процессе расчёта времен добегания. Её схема изображена на рисунке 7, являющегося фрагментом рисунка 2.

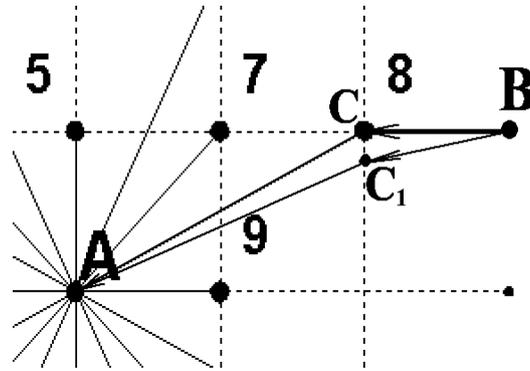


Рис. 7. Схема процедуры оптимизации при расчёте времени прихода волны в точку **A**

Пусть требуется найти время прихода волны в точку **A**, используя при этом значение времени в точке **C**. В ходе расчёта выяснено, что в точку **C** волна быстрее всего дошла из расчётной точки **B**. Далее, варьируя положение точки C_1 , находим такое её положение, которое даёт минимум времени пробега волны вдоль ломаной BC_1A . Именно это значение приплюсовывается к значению времени в точке **B** для нахождения времени добегания волны в точку **A**. И так для каждой точки области. Таким образом, уже в ходе численных расчётов времён прихода волны в узлы расчётной сетки будет происходить корректировка (уточнение) этих времён.

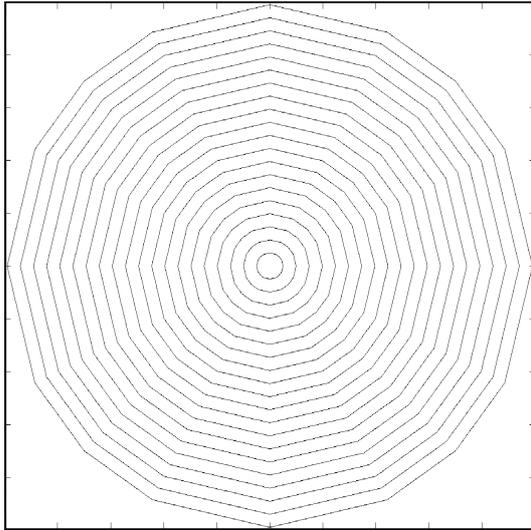


Рис. 8. Результат расчёта изохрон цунами от точечного источника над ровным дном без оптимизации

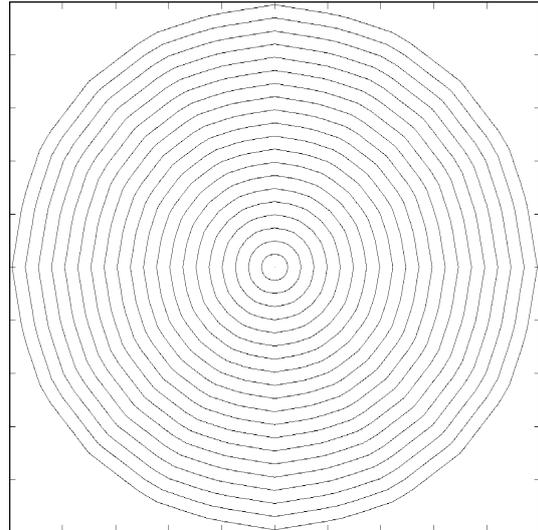


Рис. 9. Визуализация изохрон цунами над ровным дном с применением оптимизации

Наиболее жёстким тестом для методов расчёта кинематики волновых фронтов является расчёт изохрон волны цунами от круглого (точечного) источника в области с постоянной глубиной. Использование обычного алгоритма с шестнадцатиточечным шаблоном приводит к тому, что вместо окружностей получаются многоугольники (рис. 8). Использование описанной процедуры уточнения в значительной степени исправляет картину (рис. 9). При этом разница между оптимизированным и неоптимизированным массивом времен прихода может превышать в некоторых точках одну минуту на каждый час распространения цунами.

Может сложиться впечатление, что волновой луч (оптимальную траекторию) между двумя заданными точками расчётной области

можно легко найти чисто вариационным методом, считая первым приближением луча прямую линию, соединяющую эти точки. К сожалению, не всё так просто. Во-первых, потребуется большое количество «проходов» вдоль траектории с корректировкой местоположения точек волнового луча. Во-вторых, что более существенно, таким способом удастся отыскать локальную экстремаль, которая не обязательно является наибо́льшим путём распространения цунами. Пример такого рода уже приводился. В заключение можно заметить, что предложенный метод может хорошо работать и в трехмерном случае, например, при решении задач сейсмологии.

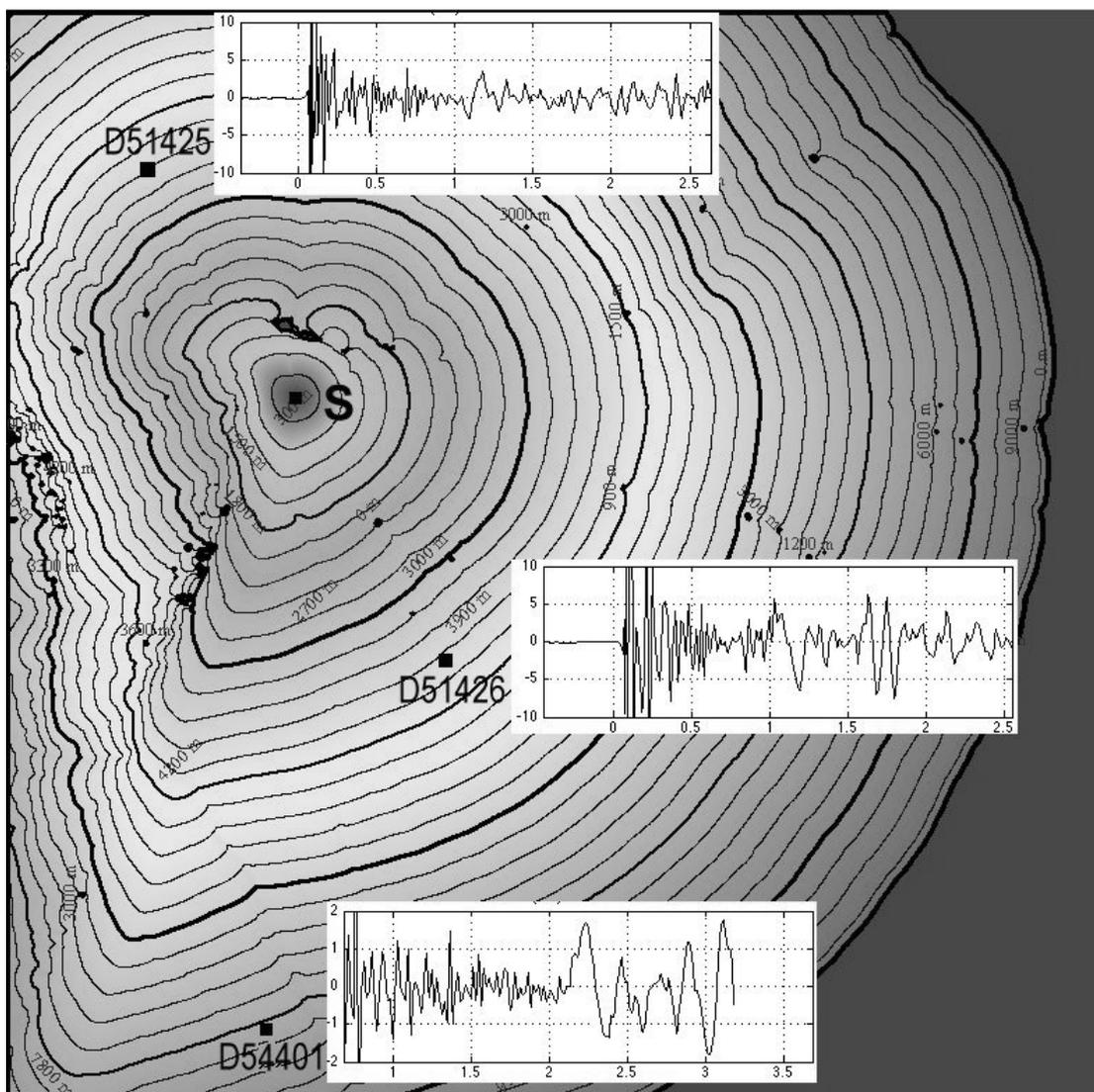


Рис. 10. Изохроны волны цунами от очага 29.09.2009 и её записи
глубоководными регистраторами системы DARTS

На рисунке 10 представлены изохроны волны цунами (положение волнового фронта в определённые моменты времени) через каждые 300 сек при её распространении над донным рельефом из базы данных GEBCO. Жирные изолинии обозначают время, кратное 1500 сек. Из рисунка видно, что волна от точечного источника, расположенного в точке эпицентра землетрясения доходит до трёх глубоководных регистраторов за 3879 сек до DART51425, за 4026 сек до DART51426

и за 7613 сек до станции DART54401. Реально зафиксированные времена вступления цунами этими регистраторами на 150-200 секунд меньше полученных в ходе численного расчёта. Это объясняется тем, что в численном эксперименте время прихода вычислялось от точечного источника, а учитывая то, что при таких глубинах, как в области эпицентра землетрясения, скорость волн составляет 250-300 м/сек, при размерах очага порядка 70-100 км эта разница во временах добегания (вычисленных и реальных) цунами практически исчезнет.

Работа поддержана контрактом МинОбрНауки Российской Федерации № 14.В37.21.0643, Грантом РФФИ № 12-07-00406 и Интеграционным проектом СО РАН № 117.

Список литературы

1. Dantzig G. On the shortest route through a network. *Management Science*, Vol 6, No 2, 1960, pp. 187-190.
2. Карев В.Ю., Судаков А.Н., Чубаров Л.Б. Методы расчёта карт изохрон // Методы интерпретации экспериментальных данных и численные расчёты. – Красноярск: КГУ, 1987, СС. 75-81.
3. Marchuk An.G. Численные методы расчёта кинематики волн цунами // Математические проблемы геофизики: Численные исследования геофизических задач. Сборник научных трудов под редакцией А.С.Алексеева, Вычислительный центр СО АН СССР, Новосибирск, 1988, СС. 69-90
4. Marchuk An.G., Moskalensky E.D. Some analytical solutions for tsunami wave rays and front // *Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, Series: Mathematical Modeling in Geophysics*, Issue: 13 (2010), NCC Publisher, Novosibirsk, PP. 113-126.

5. Braddock R. D., Doilibi P., Voss G., Wave charting for tsunamis. Proceedings International tsunami symposium 1985, Edited by T.S.Murty and W.J.Rapatz, Sidney, British Columbia, Canada, pp. 264–274.
6. Braddock R.D. Tsunami propagation over large distances. Tsunamis in the Pacific Ocean. Edited by W.M.Adams. East West Center Press. Honolulu, Hawaii, 1970, pp. 285-303.

Андрей Гурьевич Марчук, доктор физико-математических наук,
Институт вычислительной математики и математической геофизики
СО РАН, Россия, 630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6.
Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск,
ул. Пирогова, д. 2, тел.(383) 3309574, E-mail: mag@omzg.sscs.ru)

Аннотация

При расчётах кинематики волновых лучей и фронтов в неоднородных средах с переменной скоростью распространения возмущений наиболее эффективными являются методы, базирующиеся на принципе Гюйгенса. В данном подходе траектории лучей восстанавливаются после численного расчёта времён пробега волны из источника во все остальные точки расчётной области. Однако тот факт, что построенные таким методом волновые лучи проходят только через узлы расчётной сетки, приводит к погрешностям, которые не зависят от шага расчётной сетки. Эти погрешности можно минимизировать путём описываемой в работе процедуры уточнения траектории луча и времён распространения цунами между соседними узлами сетки. Тестовые расчёты иллюстрируют заметное улучшение точности вычислений времён пробега цунами.

Ключевые слова: кинематика волны цунами, время прихода волны, узлы расчётной сетки, волновой луч, оптимизация траектории луча

Minimizing computational errors of tsunami wave-ray and travel time

Abstract

Accuracy of computational methods for tsunami kinematics is very important in obtaining reliable results. Methods based on Huygens principle are the most effective for computations on the rectangular computational grids. The present study proposes modification in the methodology of determining tsunami travel-times and of wave-ray paths. An approximate ray trace path can be developed from a source origin point to any other point on a computational grid by solving directly the problem - and thus obtain the tsunami travel times. The initial ray approximation can be optimized with the use of an algorithm that calculates all potential variations and applies corrections to travel-time values.

Key words: tsunami wave kinematics, wave travel time, computational grid, wave ray, ray path optimization.